Σειρά Προβλημάτων 3

Ημερομηνία Παράδοσης: 09/03/20, μέχρι 11.59 π.μ.

<u>Άσκηση 1 [21 μονάδες]</u>

Να δώσετε ασυμφραστικές γραμματικές που να παράγουν τις πιο κάτω γλώσσες:

(α) $\{ (10)^m 1^n \mid m \geq n \geq 0 \}$

(β) $\{a^{3i} b^j c^k \mid i, j, k \geq 0$ και $i = j + k\}$

(γ) Το σύνολο όλων των λέξεων επί του αλφάβητου { (, b,) } στις οποίες (i) οι παρενθέσεις βρίσκονται ορθά τοποθετημένες (ισοζυγισμένες), (ii) το σύμβολο b μπορεί να εμφανίζεται οπουδήποτε μέσα στις λέξεις και για οποιονδήποτε αριθμό φορών, και (iii) δεν υπάρχουν τρία συνεχόμενα σύμβολα). Για παράδειγμα, οι λέξεις ε, ((()()), bbb() και (b)bb((b)bb) ανήκουν στη γλώσσα, ενώ οι λέξεις (bb() και (b(b(b))) δεν ανήκουν στη γλώσσα.

<u>Άσκηση 2 [21 μονάδες]</u>

Να κατασκευάσετε αυτόματα στοίβας για τις γλώσσες της Άσκησης 1. *(Να κτίσετε τα αυτόματα κατευθείαν και όχι μέσω μετατροπής των ασυμφραστικών γραμματικών από την Άσκηση 1 σε αυτόματα.)*

<u>Άσκηση 3 [15 μονάδες]</u>

Θεωρήστε τη γραμματική G = (V, S, P, φ), όπου V = {φ, pred}, S = { $\neg$, $\vee$, (,), ∀x, K, M } και R οι πιο κάτω κανόνες.

$$\varphi \;\rightarrow\; \text{pred} \;\mid\; \neg\,\varphi \mid\; \varphi \vee \varphi \;\mid\; (\varphi) \;\mid\; \forall x\, \varphi$$

$$\text{pred} \;\rightarrow\; \text{K} \mid \text{M}$$

(α) Να κατασκευάσετε παραγωγές και τα αντίστοιχα συντακτικά δέντρα για τις λέξεις:

(i) $\forall x\ \text{M} \vee \text{K}$

(ii) $\forall x\ (\text{M} \vee \neg\text{K}) \vee \neg\forall x\ \text{M}$

(β) Να εντοπίσετε “πρόταση” φ που να παράγεται από τη γραμματική G πολύτροπα παρουσιάζοντας δύο διαφορετικά συντακτικά δένδρα παραγωγής της λέξης.

(γ) Να προτείνετε μια καινούρια γραμματική που να παράγει την ίδια γλώσσα με τη G αλλά να είναι μονότροπη. Εξηγήστε σύντομα την απάντησή σας και τη σειρά προτεραιότητας που επιβάλει η γραμματική σας στους τελεστές $\neg$, $\vee$, ∀x.

<u>Άσκηση 4 [28 μονάδες]</u>

Να αποφασίσετε κατά πόσο οι πιο κάτω γλώσσες είναι ασυμφραστικές αιτιολογώντας με ακρίβεια τις απαντήσεις σας.

(α) $L_1 = \{a^n b^m c^k d^r \mid 2n = 3k$ και $5m = 7r\}$

(β) $L_2 = \{ a^n \mid$ το n είναι δύναμη του 2$\}$

(γ) $L_3 = \{ \Delta(n)\#\Delta(n+1) \mid n \geq 1 \}$

(δ) $L_4 = \{ \Delta(n)^{rev}\#\Delta(n+1) \mid n \geq 0 \}$

[Σημείωση: Στα σκέλη (γ) και (δ), η συνάρτηση Δ(n) επιστρέφει τη δυαδική αναπαράσταση του ακέραιου n χωρίς αρχικά μηδενικά. Για παράδειγμα, Δ(6) = 110 (και όχι Δ(6) = 0110) και δ(7) = 111. Επομένως, 110#111 $\in L_3$ και 011#111 $\in L_4$.]

<u>Άσκηση 5 [15 μονάδες]</u>

Έστω δύο λέξεις w_1 και w_2. Η λέξη w_1 ονομάζεται *τραύλισμα* της λέξης w_2 αν η w_1 επαναλαμβάνει κάθε σύμβολο της w_2 μηδέν ή περισσότερες φορές. Για παράδειγμα, οι λέξεις 110, 11000, 10 και 1000 αποτελούν τραυλίσματα της λέξης 10. Με βάση αυτή τη σχέση, δοθείσας μιας γλώσσας Λ ορίζουμε

Τραύλισμα(Λ) = { w | η λέξη w αποτελεί τραύλισμα μιας λέξης u $\in$ Λ}

Με λόγια, η γλώσσα Τραύλισμα(Λ) περιέχει όλες τις λέξεις που αποτελούν τραυλίσματα των λέξεων της γλώσσας Λ.

Να αποδείξετε ότι η κλάση των ασυμφραστικών γλωσσών είναι κλειστή ως προς την πράξη *Τραύλισμα*.