

Σειρά Προβλημάτων 1

Ημερομηνία Παράδοσης: 07/02/19

Άσκηση 1 [18 μονάδες]

Ορίζουμε τη συναρμογή δύο γλωσσών A και B ως $AB = \{ uv \mid u \in A, v \in B \}$.

(α) Έστω $A = \{a, b, \gamma\}$ και $B = \mathbb{N}$. Να περιγράψετε τη γλώσσα AB .

(β) Θεωρήστε τις γλώσσες L, M και N . Να δείξετε ότι $L(M \cap N) \subseteq LM \cap LN$.

(γ) Επιπλέον, να δείξετε ότι η αντίστροφη σχέση, δηλαδή $L(M \cap N) \supseteq LM \cap LN$, δεν ισχύει επιδεικνύοντας κατάλληλο αντιπαράδειγμα.

Άσκηση 2 [20 μονάδες]

Υποθέστε ότι το σύνολο L είναι μια γλώσσα επί του αλφαβήτου $\{a, b\}$ τα στοιχεία του οποίου είναι ακριβώς οι λέξεις που παράγονται από τους πιο κάτω κανόνες:

- (1) $\epsilon \in L, a \in L, b \in L,$
- (2) Αν $u \in L$ τότε $aua \in L$.
- (3) Αν $u \in L$ τότε $bub \in L$.

(α) Να αποδείξετε ότι κάθε λέξη $w \in L$ είναι καρκινική.

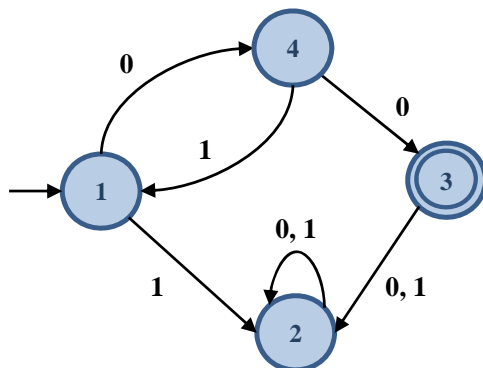
(β) Να αποδείξετε ότι αν η w είναι μια καρκινική λέξη, τότε $w \in L$.

[Μια λέξη ονομάζεται καρκινική (ή παλίνδρομο) αν διαβάζεται το ίδιο από αριστερά στα δεξιά και αντίστροφα.]

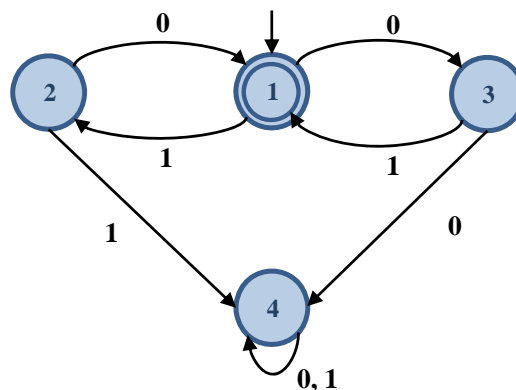
Άσκηση 3 [18 μονάδες]

Για κάθε ένα από τα πιο κάτω πεπερασμένα αυτόματα να παρουσιάσετε το αυτόματο μέσω του τυπικού ορισμού και να υπολογίσετε τη γλώσσα που αναγνωρίζει.

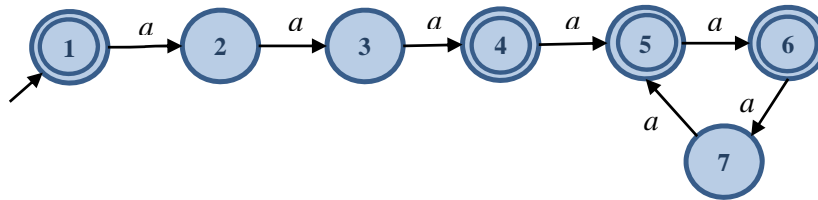
(α)



(β)



(γ)



Άσκηση 4 [30 μονάδες]

Για κάθε μια από τις πιο κάτω γλώσσες, να κατασκευάσετε ντετερμινιστικό πεπερασμένο αυτόματο που να την αναγνωρίζει. Σε κάθε περίπτωση να δείχνετε: (1) τον τυπικό ορισμό του αυτομάτου και (2) το διάγραμμα καταστάσεων

(α) $\{a^m b^n \mid m, n \in \mathbb{N}, m+n \text{ περιττός ακέραιος}\}$

(β) $\{w \mid \eta \ w \ \text{είναι μια μη κενή λέξη επί του αλφάβητου } \{a,b\} \ \eta \ \text{οποία περιέχει άρτιο αριθμό από } a \ \text{και περιττό αριθμό από } b \}$

(γ) $\{w \mid \eta \ w \ \text{είναι μια μη κενή λέξη επί του αλφάβητου } \{a,b\} \ \eta \ \text{οποία περιέχει τουλάχιστον ένα } a \ \text{σε κάθε πεντάδα συνεχόμενων στοιχείων μετά από το πρώτο } a\}$

(δ) $\{w \mid \eta \ w \ \text{είναι λέξη επί του αλφάβητου } \{a,b\} \ \eta \ \text{οποία περιέχει τη συμβολοσειρά } aba \ \text{για άρτιο αριθμό φορών και δεν περιέχει τη συμβολοσειρά } abb\}$

Άσκηση 5 [14 μονάδες]

Θεωρήστε τρεις κανονικές γλώσσες L_1 , L_2 και L_3 . Να αποδείξετε ότι η γλώσσα $(L_1 \cap L_2) - L_3$ είναι επίσης μια κανονική γλώσσα.