ΠΑΝΕΠΙΣΤΗΜΙΟ ΚΥΠΡΟΥ
ΤΜΗΜΑ ΠΛΗΡΟΦΟΡΙΚΗΣ

ΕΠΛ 211: Θεωρία Υπολογισμού και Πολυπλοκότητα

Ενδιάμεση Εξέταση

Ημερομηνία : Παρασκευή, 17 Μαρτίου 2017
Διάρκεια : 9.00 – 10.30
Διδάσκουσα : Άννα Φιλίππου

Ονοματεπώνυμο:

Αριθμός Ταυτότητας:

Οδηγίες:

- Να διαβάσετε προσεχτικά και να απαντήσετε σε όλες τις ερωτήσεις. Να γράψετε τις απαντήσεις σας (καθαρά) στον χώρο που σας δίνεται στο εξεταστικό δοκίμιο. Αν χρειάζεστε επιπρόσθετο χώρο μπορείτε να χρησιμοποιήσετε την τελευταία σελίδα του δοκιμίου. Σε τέτοια περίπτωση δηλώστε καθαρά το σημείο στο οποίο βρίσκεται η συνέχεια της άσκησης. Αν βρεθείτε σε αδιέξοδο εξηγήστε τι προσπαθείτε να κάνετε ώστε, ενδεχομένως, να κερδίσετε κάποιες μονάδες.
- Ο πιο κάτω πίνακας δηλώνει την κατανομή των μονάδων στα θέματα. Το πλήθος των μονάδων δεν αποτελεί μέτρο δυσκολίας: είναι δυνατό δυσκολότερο πρόβλημα να αποφέρει λιγότερες μονάδες.

Καλή Επιτυχία!

Πρόβλημα	Μονάδες	Βαθμός
1	30	
2	20	
3	35	
4	15	
Σύνολο	100	

<u>Πρόβλημα 1</u> [30 μονάδες]

Θεωρήστε το μη ντετερμινιστικό αυτόματο $(Q, \Sigma, \delta, q_0, F)$ με

- σύνολο καταστάσεων το $Q = \{q_0, q_1, q_2, q_3, q_4\}$,
- αλφάβητο το $\Sigma = \{a,b\}$,
- σύνολο τελικών καταστάσεων το $F = \{q_2, q_3\}$, και
- συνάρτηση μεταβάσεων δ όπως ορίζεται στον πίνακα που ακολουθεί:

δ	a	b	ε
q_0	$\{q_1\}$	$\varnothing$	$\{q_4\}$
q_1	$\varnothing$	$\{q_0\}$	$\{q_2,q_3\}$
q_2	$\{q_2\}$	$\varnothing$	$\varnothing$
q_3	$\varnothing$	$\{q_3\}$	$\varnothing$
q_4	$\{q_4\}$	$\varnothing$	$\varnothing$

(α) **[6 μονάδες]** Να παρουσιάσετε το αυτόματο γραφικά μέσω ενός διαγράμματος μεταβάσεων και να δείξετε ότι το αυτόματο αποδέχεται τη λέξη *ababb* παρουσιάζοντας τη σχετική ακολουθία καταστάσεων που οδηγεί σε αποδοχή.

(β) **[9 μονάδες]** Να μετατρέψετε το NFA αυτόματο από το μέρος (α) σε ένα ισοδύναμο ντετερμινιστικό αυτόματο χρησιμοποιώντας την κατασκευή που μελετήσαμε στο μάθημα.

(γ) **[6 μονάδες]** Να κατασκευάσετε αυτόματο που να αποδέχεται το συμπλήρωμα της γλώσσας L, όπου L η γλώσσα του αυτόματου από το μέρος (β).

(δ) **[9 μονάδες]** Να κατασκευάσετε αυτόματο (DFA ή NFA) που να αποδέχεται τη γλώσσα L^R, όπου L η γλώσσα του αυτόματου από το μέρος (β).

(Υπενθύμιση: Για οποιαδήποτε γλώσσα A ορίζουμε $A^R = \{a^R \mid a \in A\}$ όπου a^R η ανάστροφη της λέξης a.)

<u>Πρόβλημα 2</u> [20 μονάδες]

Θεωρήστε τη γλώσσα

$$L = \{ a^i b^j \mid i, j \geq 0,\ j = 2i \}.$$

Να κατασκευάσετε ασυμφραστική γραμματική η οποία να παράγει όλες τις λέξεις επί του αλφάβητου $\{a,b\}$ που ΔΕΝ ανήκουν στη γλώσσα L.

Να εξηγήσετε τη λειτουργία της γραμματικής σας άτυπα αλλά με σαφήνεια.

<u>Πρόβλημα 3</u> [35 μονάδες]

Θεωρήστε τη γλώσσα

$L = \{\ uxvx\ \mid u,v \in \{0,1,2\}^*, |u| = |v|, x \in \{0,1,2\}$, και όλα τα στοιχεία του v είναι μικρότερα από το x $\}$

(α) **[20 μονάδες]** Να αποδείξετε ότι η γλώσσα L *δεν* είναι κανονική συμπληρώνοντας κατάλληλα τα κενά στην πιο κάτω ελλιπή απόδειξη:

Υποθέτουμε για να φτάσουμε σε αντίφαση ότι η L είναι κανονική. Από το Λήμμα της Άντλησης, συνεπάγεται ότι υπάρχει ακέραιος p, το μήκος άντλησης της γλώσσας, τέτοιος ώστε κάθε λέξη $w \in L$, με μήκος $|w| \geq p$, μπορεί να γραφτεί ως $w = xyz$ έτσι ώστε (i) $|xy| \leq p$, (ii) $|y| > 0$ και (iii) για κάθε ακέραιο $i \geq 0$, η λέξη $xy^iz \in L$.

Επιλέγουμε τη λέξη w = ____ .

Προφανώς $|w|$ = ______________________ $\geq p$.

Από τις συνθήκες (i) και (ii) έπεται ότι

x = ______________________________ ,

y = ______________________________ ,

z = ______________________________ ,

όπου ____ .

Επιλέγουμε i = ___________ .

Τότε xy^iz = ____ .

Παρατηρούμε ότι ____

____

____

____

____

Αυτό μας οδηγεί σε αντίφαση και επομένως η γλώσσα L είναι μη κανονική.

(β) **[15 μονάδες]** Να αποδείξετε ότι η γλώσσα L (από το σκέλος (α)) είναι ασυμφραστική επιδεικνύοντας ένα αυτόματο στοίβας που να την αναγνωρίζει.

Να εξηγήσετε τη λειτουργία του αυτομάτου σας άτυπα αλλά με σαφήνεια.

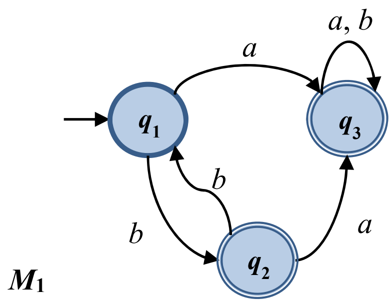
<u>Πρόβλημα 4</u> [15 μονάδες]

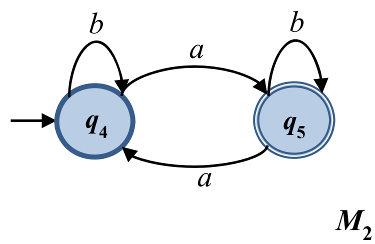
Έστω δύο γλώσσες A και B. Ορίζουμε ως $A \Diamond B$ την πιο κάτω γλώσσα:

$$A \Diamond B = \{ xy \mid x \in A, y \in B, x = y^R \}$$

Με λόγια, η γλώσσα $A \Diamond B$ περιέχει όλες τις λέξεις που αποτελούν τη συναρμογή μίας λέξης από το A με μία λέξη από το B, όπου η πρώτη λέξη είναι η ανάστροφη της δεύτερης. Για παράδειγμα, για $A = \{0, 10, 01, 010\}$ και $B = \{0, 01, 11, 010\}$ έχουμε $A \Diamond B = \{00, 1001, 010010\}$.

(α) **[7 μονάδες]** Θεωρήστε τα πιο κάτω αυτόματα M_1 και M_2. Να παρουσιάσετε αυτόματο στοίβας M το οποίο να αποδέχεται τη γλώσσα $L(M_1) \Diamond L(M_2)$ όπου $L(M_1)$ η γλώσσα του αυτόματου M_1 και $L(M_2)$ η γλώσσα του αυτόματου M_2.





(β) **[8 μονάδες]** Γενικεύστε τις παρατηρήσεις σας από το μέρος (α) για να επιχειρηματολογήσετε ότι αν δύο γλώσσες A και B είναι κανονικές τότε η γλώσσα $A \Diamond B$ είναι ασυμφραστική.