

Σειρά Προβλημάτων 3

Ημερομηνία Παράδοσης: 12/03/18

Άσκηση 1 [24 μονάδες]

Να δώσετε ασυμφραστικές γραμματικές που να παράγουν τις πιο κάτω γλώσσες:

(α) $\{x \mid x \text{ τιμή της αριθμητικής έκφρασης } 10^{2n} + 10^n + 1, n \geq 1\}$

(β) $\{a^i b^j c^k d^m \mid i, j, k, m \geq 0 \text{ και } i + j \neq k + m\}$

(γ) $\{w \mid w \in L(a^* b^{2m} a (a^* c)^m), m \geq 0\}$

Άσκηση 2 [24 μονάδες]

Να κατασκευάσετε αυτόματα στοίβας για τις γλώσσες της Άσκησης 1. (Να κτίσετε τα αυτόματα κατευθείαν και όχι μέσω μετατροπής των ασυμφραστικών γραμματικών από την Άσκηση 1 σε αυτόματα.)

Άσκηση 3 [18 μονάδες]

Θεωρήστε τη γραμματική $G = (V, S, P, \text{formula})$, όπου $V = \{\text{formula}, \text{proposition}\}$, $S = \{\neg, \vee, \wedge, \rightarrow, (,)\}$, $\text{True}, \text{False}\}$ και R οι πιο κάτω κανόνες.

$\text{formula} \rightarrow \text{proposition} \mid \neg \text{formula} \mid \text{formula} \vee \text{formula} \mid (\text{formula})$

$\text{proposition} \rightarrow \text{True} \mid \text{False}$

(α) Να κατασκευάσετε παραγωγές και τα αντίστοιχα συντακτικά δέντρα για τις λέξεις:

(i) $\text{True} \vee (\text{False} \vee \neg \text{True})$

(ii) $(\text{True} \vee \neg \text{False}) \vee \neg(\text{True} \vee (\neg \text{True} \vee \text{False}) \vee \neg \text{True})$

(β) Να εντοπίσετε “πρόταση” ϕ που να παράγεται από τη γραμματική G μέσω δύο διαφορετικών συντακτικών δέντρων, T_1 και T_2 τέτοια ώστε, αν η ϕ ερμηνευθεί με βάση το T_1 τότε θα έχει αποτίμηση True , και αν ερμηνευθεί σύμφωνα με το δέντρο T_2 τότε θα έχει αποτίμηση False .

(γ) Να προτείνετε μια καινούρια γραμματική που να παράγει την ίδια γλώσσα με τη G αλλά να είναι μονότροπη. Εξηγήστε σύντομα την απάντησή σας.

Άσκηση 4 [24 μονάδες]

Να δείξετε ότι οι πιο κάτω γλώσσες δεν είναι ασυμφραστικές χρησιμοποιώντας το Λήμμα της Αντλησης για Ασυμφραστικές Γλώσσες

(α) $\{1010^2 10^3 \dots 10^{n-1} 10^n \mid n \geq 1\}$

(β) $\{b^{2m} a (a^n c)^m \mid m, n \geq 0\}$

(γ) $\{a^{n^2+2n} \mid n \geq 0\}$

Άσκηση 5

(α) **[10 μονάδες]** Έστω μια ασυμφραστική γλώσσα A και μια κανονική γλώσσα B . Να δείξετε ότι η γλώσσα AB είναι ασυμφραστική. Να αποφασίσετε κατά πόσο και η γλώσσα BA είναι ασυμφραστική.

(β) **[Bonus: 10 μονάδες]** Η πλήρης σύμμιξη δύο γλωσσών A και B είναι η γλώσσα

$$\text{Σύμμιξη}(A,B) = \{ w \mid w = a_1b_1\dots a_kb_k, \text{ όπου } a_1\dots a_k \in A, b_1\dots b_k \in B \text{ και κάθε } a_i, b_i \in \Sigma \}$$

Να δείξετε ότι η κλάση των ασυμφραστικών γλωσσών δεν είναι κλειστή ως προς την πλήρη σύμμιξη.