ΕΠΛ 211 – 4η Σειρά Ασκήσεων

Πρόχειρες Λύσεις

$L(M) \neq \emptyset$ και $L(M) \neq \Sigma^*$

(a) $L_1 = \{\rho(M) \mid$ ~~η γλώσσα $L(M)$ δεν είναι κανονική~~ $\}$

Λύση: Η γλώσσα L_1 δεν είναι αναδρομικά αριθμήσιμη, ούτε συναναδρομικά αριθμήσιμη (**T**).

- Από την ιδιότητα της μη-αναδρομικής αριθμησιμότητας προς τα πάνω, έπεται ότι για να δείξουμε ότι η L_1 δεν είναι αναδρομικά αριθμήσιμη, αρκεί να δείξουμε ότι $\overline{K_0} \leq_m L_1$. Θα δείξουμε, δηλαδή, ότι υπάρχει αναδρομική συνάρτηση $f : \{\langle \rho(M), x\rangle\} \rightarrow \{\rho(M')\}$ τέτοια ώστε $\langle \rho(M), x\rangle \in \overline{K_0}$ αν και μόνο αν $\rho(M') = f(\langle \rho(M), x\rangle) \in L_1$ για κάθε $\langle \rho(M), x\rangle \in \{\langle \rho(M), x\rangle\}$. Ορίζουμε τη ζητούμενη συνάρτηση αναγωγής ως εξής: $f(\langle \rho(M), x\rangle) = \rho(M')$, όπου M' ορίζεται ως η μηχανή Turing με το εξής πρόγραμμα:

  ""Για αυθαίρετη λέξη εισόδου w, έλεγξε αν $w \in \{a^ib^i \mid i \geq 0\}$. Αν όχι, τότε προσομοίωσε τη μηχανή Turing M πάνω στη λέξη x και κάνε ότι και η προσομοίωση. Αλλιώς, τερμάτισε.""

  Προφανώς, η συνάρτηση f είναι αναδρομική. Θα δείξουμε τώρα το ικανό και το αναγκαίο της συνθήκης αναγωγής για τη συνάρτηση f.

  Έστω καταρχήν ότι $\langle \rho(M), x\rangle \in \overline{K_0}$. Δηλαδή, η μηχανή Turing M δεν αποδέχεται την είσοδο x. (Θεωρούμε, ως συνήθως, μόνο τις ορθές κωδικοποιήσεις μηχανών Turing.) Τότε, η μηχανή Turing M', πάνω σε αυθαίρετη είσοδο w, αν $w \notin \{a^ib^i \mid i \geq 0\}$, δεν αποδέχεται τη λέξη w (αφού η μηχανή Turing M δεν αποδέχεται την είσοδό της x), ενώ αποδέχεται τη λέξη w αν $w \in \{a^ib^i \mid i \geq 0\}$ (εξαιτίας, κατευθείαν του προγράμματός της). Επομένως, $L(M') = \{a^ib^i \mid i \geq 0\}$, η οποία είναι $\neq \emptyset$ και $\neq \Sigma^*$ ~~δεν είναι κανονική γλώσσα~~. Έτσι, $\rho(M') = f(\langle \rho(M), x\rangle) \in L_1$, όπως χρειάζεται.

  Έστω τώρα ότι $\langle \rho(M), x\rangle \notin \overline{K_0}$. Τότε, ισοδύναμα, $\langle \rho(M), x\rangle \in K_0$. Δηλαδή, η μηχανή Turing M αποδέχεται την είσοδο x. Τότε, πάνω σε αυθαίρετη είσοδο w, η μηχανή Turing M αποδέχεται τη λέξη w όταν $w \notin \{a^ib^i \mid i \geq 0\}$ (αφού η μηχανή Turing M αποδέχεται την είσοδό της x), ενώ επίσης αποδέχεται τη λέξη w όταν $w \notin \{a^ib^i \mid i \geq 0\}$ (εξαιτίας, κατευθείαν, του προγράμματός της). Επομένως, $L(M') = \Sigma^*$. ~~που είναι κανονική γλώσσα.~~ Έτσι, $\rho(M') = f(\langle \rho(M), x\rangle) \notin L_1$, όπως χρειάζεται.

  Έχουμε δείξει συνολικά ότι $\langle \rho(M), x\rangle \in \overline{K_0}$ αν και μόνο αν $f(\langle \rho(M), x\rangle) \in L_1$ για αυθαίρετο ζεύγος $\langle \rho(M), x\rangle$, όπου η f είναι συνάρτηση αναδρομική. Έτσι, $\overline{K_0} \leq_m L_1$ και η L_1 δεν είναι αναδρομικά αριθμήσιμη.

- Από την ιδιότητα της μη-συναναδρομικής αριθμησιμότητας προς τα πάνω, έπεται ότι για να δείξουμε ότι η L_1 δεν είναι συναναδρομικά αριθμήσιμη, αρκεί να δείξουμε ότι $K_0 \leq_m L_1$. Θα δείξουμε, δηλαδή, ότι υπάρχει αναδρομική συνάρτηση $f : \{\langle \rho(M), x\rangle\} \rightarrow \{\rho(M')\}$ τέτοια ώστε $\langle \rho(M), x\rangle \in K_0$ αν και μόνο αν $\rho(M') = f(\langle \rho(M), x\rangle) \in L_1$. Ορίζουμε τη ζητούμενη συνάρτηση αναγωγής ως εξής: $f(\langle \rho(M), x\rangle) = \rho(M')$, όπου M' ορίζεται ως η μηχανή Turing με το εξής πρόγραμμα:

  ""Για αυθαίρετη λέξη εισόδου w, έλεγξε αν $w \in \{a^ib^i \mid i \geq 0\}$. Αν ναι,

Θεωρούμε αντί για την L_1 που δόθηκε, το συμπλήρωμά της. Αν δείξουμε ότι το συμπλήρωμα είναι Τ, το ίδιο θα ισχύει για την L_1.

προσομοίωσε τη μηχανή Turing M πάνω στη λέξη x και κάνε ότι και η προσομοίωση. Αλλοιώς, τρέξε επ' άπειρο."'''

Προφανώς, η συνάρτηση f είναι αναδρομική. Θα δείξουμε τώρα το ικανό και το αναγκαίο της συνθήκης αναγωγής για τη συνάρτηση f.
΄Εστω κατ'αρχήν, ότι $\langle \rho(M), x\rangle \in K_0$. Δηλαδή, η μηχανή Turing M αποδέχεται την είσοδο x. Τότε, πάνω σε αυθαίρετη είσοδο w, η μηχανή Turing M' αποδέχεται τη λέξη w αν $w \in \{a^i b^i \mid i \geq 0\}$ (αφού η μηχανή Turing M αποδέχεται την είσοδό της x), ενώ τρέχει επ' άπειρο (και δεν αποδέχεται τη λέξη w) όταν $w \notin \{a^i b^i \mid i \geq 0\}$ (εξαιτίας, κατευθείαν του προγράμματός της). Επομένως, $L(M') = \{a^i b^i \mid i \geq 0\}$, η οποία ~~δεν είναι κανονική γλώσσα~~ είναι $\neq \emptyset$ και $\neq \Sigma^*$. ΄Ετσι, $\rho(M') = f(\langle \rho(M), x\rangle) \in L_1$, όπως χρειάζεται.
΄Εστω τώρα ότι $\langle \rho(M), x\rangle \notin K_0$. Τότε, ισοδύναμα $\langle \rho(M), x\rangle \in \overline{K_0}$. Δηλαδή, η μηχανή Turing M δεν αποδέχεται την είσοδο x. (Θεωρούμε, ως συνήθως, μόνο τις ορθές κωδικοποιήσεις μηχανών Turing.) Τότε, πάνω σε αυθαίρετη είσοδο w, η μηχανή Turing M' δεν αποδέχεται τη λέξη w όταν $w \in \{a^i b^i \mid i \geq 0\}$ (αφού η μηχανή Turing M δεν αποδέχεται την είσοδό της x), ενώ τρέχει επ' άπειρο (και δεν αποδέχεται τη λέξη w) όταν $w \notin \{a^i b^i \mid i \geq 0\}$ (εξαιτίας, κατευθείαν, του προγράμματός της). Επομένως, $L(M') = \emptyset$. ~~η οποία είναι κανονική γλώσσα~~
΄Ετσι, $\rho(M') = f(\langle \rho(M), x\rangle) \notin L_1$, όπως χρειάζεται.
΄Εχουμε δείξει συνολικά ότι $\langle \rho(M), x\rangle \in K_0$ αν και μόνο αν $f(\langle \rho(M), x\rangle) \in L_1$ για αυθαίρετο ζεύγος $\langle \rho(M), x\rangle$, όπου η f είναι συνάρτηση αναδρομική. ΄Ετσι, $K_0 \leq_m L_1$ και η L_1 δεν είναι συναναδρομικά αριθμήσιμη.

♠

(β) $L_2 = \Sigma^*$. ΄Ετσι η L_2 είναι Α.

(γ) $L_3 = \{\rho(M) \mid$ η γλώσσα $L(M)$ ~~δεν~~ είναι μη κανονική και η $L(M)$ είναι αναδρομική$\}$

Λύση: Η γλώσσα L_1 δεν είναι αναδρομικά αριθμήσιμη, ούτε συναναδρομικά αριθμήσιμη (**Τ**).

- Από την ιδιότητα της μη-αναδρομικής αριθμησιμότητας προς τα πάνω, έπεται ότι για να δείξουμε ότι η L_3 δεν είναι αναδρομικά αριθμήσιμη, αρκεί να δείξουμε ότι $\overline{K_0} \leq_m L_3$. Θα δείξουμε, δηλαδή, ότι υπάρχει αναδρομική συνάρτηση $f : \{\langle \rho(M), x\rangle\} \rightarrow \{\rho(M')\}$ τέτοια ώστε $\langle \rho(M), x\rangle \in \overline{K_0}$ αν και μόνο αν $\rho(M') = f(\langle \rho(M), x\rangle) \in L_3$ για κάθε $\langle \rho(M), x\rangle \in \{\langle \rho(M), x\rangle\}$. Ορίζουμε τη ζητούμενη συνάρτηση αναγωγής ως εξής: $f(\langle \rho(M), x\rangle) = \rho(M')$, όπου M' ορίζεται ως η μηχανή Turing με το εξής πρόγραμμα:

  > "“Για αυθαίρετη λέξη εισόδου w, έλεγξε αν $w \in \{a^i b^i \mid i \geq 0\}$. Αν όχι, τότε προσομοίωσε τη μηχανή Turing M πάνω στη λέξη x και κάνε ότι και η προσομοίωση. Αλλιώς, τερμάτισε.”"

  Προφανώς, η συνάρτηση f είναι αναδρομική. Θα δείξουμε τώρα το ικανό και το αναγκαίο της συνθήκης αναγωγής για τη συνάρτηση f.
  Έστω καταρχήν ότι $\langle \rho(M), x\rangle \in \overline{K_0}$. Δηλαδή, η μηχανή Turing M δεν αποδέχεται την είσοδο x. (Θεωρούμε, ως συνήθως, μόνο τις ορθές κωδικοποιήσεις μηχανών Turing.) Τότε, η μηχανή Turing M', πάνω σε αυθαίρετη είσοδο w, αν $w \notin \{a^i b^i \mid i \geq 0\}$, δεν αποδέχεται τη λέξη w (αφού η μηχανή Turing M δεν αποδέχεται την είσοδό της x), ενώ αποδέχεται τη λέξη w αν $w \in \{a^i b^i \mid i \geq 0\}$ (εξαιτίας, κατευθείαν του προγράμματός της). Επομένως, $L(M') = \{a^i b^i \mid i \geq 0\}$, η οποία ~~δεν~~ είναι μη κανονική γλώσσα. Έτσι, $\rho(M') = f(\langle \rho(M), x\rangle) \in L_3$, όπως χρειάζεται.
  Έστω τώρα ότι $\langle \rho(M), x\rangle \notin \overline{K_0}$. Τότε, ισοδύναμα, $\langle \rho(M), x\rangle \in K_0$. Δηλαδή, η μηχανή Turing M αποδέχεται την είσοδο x. Τότε, πάνω σε αυθαίρετη είσοδο w, η μηχανή Turing M αποδέχεται τη λέξη w όταν $w \notin \{a^i b^i \mid i \geq 0\}$ (αφού η μηχανή Turing M αποδέχεται την είσοδό της x), ενώ επίσης αποδέχεται τη λέξη w όταν $w \notin \{a^i b^i \mid i \geq 0\}$ (εξαιτίας, κατευθείαν, του προγράμματός της). Επομένως, $L(M') = \Sigma^*$, η οποία είναι κανονική γλώσσα. Έτσι, $\rho(M') = f(\langle \rho(M), x\rangle) \notin L_3$, όπως χρειάζεται.
  Έχουμε δείξει συνολικά ότι $\langle \rho(M), x\rangle \in \overline{K_0}$ αν και μόνο αν $f(\langle \rho(M), x\rangle) \in L_3$ για αυθαίρετο ζεύγος $\langle \rho(M), x\rangle$, όπου η f είναι συνάρτηση αναδρομική. Έτσι, $\overline{K_0} \leq_m L_3$ και η L_3 δεν είναι αναδρομικά αριθμήσιμη.
- Από την ιδιότητα της μη-συναναδρομικής αριθμησιμότητας προς τα πάνω, έπεται ότι για να δείξουμε ότι η L_3 δεν είναι συναναδρομικά αριθμήσιμη, αρκεί να δείξουμε ότι $K_0 \leq_m L_3$. Θα δείξουμε, δηλαδή, ότι υπάρχει αναδρομική συνάρτηση $f : \{\langle \rho(M), x\rangle\} \rightarrow \{\rho(M')\}$ τέτοια ώστε $\langle \rho(M), x\rangle \in K_0$ αν και μόνο αν $\rho(M') = f(\langle \rho(M), x\rangle) \in L_3$. Ορίζουμε τη ζητούμενη συνάρτηση αναγωγής ως εξής: $f(\langle \rho(M), x\rangle) = \rho(M')$, όπου M' ορίζεται ως η μηχανή Turing με το εξής πρόγραμμα:

  > "“Για αυθαίρετη λέξη εισόδου w, έλεγξε αν $w \in \{a^i b^i \mid i \geq 0\}$. Αν ναι,

και αναδρομική

Θεωρούμε αντί για την L_3 που δόθηκε, το συμπλήρωμά της. Αν δείξουμε ότι το συμπλήρωμα είναι Τ, το ίδιο θα ισχύει για την L_3.

προσομοίωσε τη μηχανή Turing M πάνω στη λέξη x και κάνε ότι και η προσομοίωση. Αλλοιώς, τρέξε επ' άπειρο."''

Προφανώς, η συνάρτηση f είναι αναδρομική. Θα δείξουμε τώρα το ικανό και το αναγκαίο της συνθήκης αναγωγής για τη συνάρτηση f.
Έστω κατ'αρχήν, ότι $\langle \rho(M), x\rangle \in K_0$. Δηλαδή, η μηχανή Turing M αποδέχεται την είσοδο x. Τότε, πάνω σε αυθαίρετη είσοδο w, η μηχανή Turing M' αποδέχεται τη λέξη w αν $w \in \{a^i b^i \mid i \geq 0\}$ (αφού η μηχανή Turing M αποδέχεται την είσοδό της x), ενώ τρέχει επ' άπειρο (και δεν αποδέχεται τη λέξη w) όταν $w \notin \{a^i b^i \mid i \geq 0\}$ (εξαιτίας, κατευθείαν του προγράμματός της). Επομένως, $L(M') = \{a^i b^i \mid i \geq 0\}$, η οποία ~~δεν~~ μη είναι κανονική και αναδρομική γλώσσα. Έτσι, $\rho(M') = f(\langle \rho(M), x\rangle) \in L_3$, όπως χρειάζεται.
Έστω τώρα ότι $\langle \rho(M), x\rangle \notin K_0$. Τότε, ισοδύναμα $\langle \rho(M), x\rangle \in \overline{K_0}$. Δηλαδή, η μηχανή Turing M δεν αποδέχεται την είσοδο x. (Θεωρούμε, ως συνήθως, μόνο τις ορθές κωδικοποιήσεις μηχανών Turing.) Τότε, πάνω σε αυθαίρετη είσοδο w, η μηχανή Turing M' δεν αποδέχεται τη λέξη w όταν $w \in \{a^i b^i \mid i \geq 0\}$ (αφού η μηχανή Turing M δεν αποδέχεται την είσοδό της x), ενώ τρέχει επ' άπειρο (και δεν αποδέχεται τη λέξη w) όταν $w \notin \{a^i b^i \mid i \geq 0\}$ (εξαιτίας, κατευθείαν, του προγράμματός της). Επομένως, $L(M') = \emptyset$, η οποία είναι κανονική γλώσσα. Έτσι, $\rho(M') = f(\langle \rho(M), x\rangle) \notin L_3$, όπως χρειάζεται.
Έχουμε δείξει συνολικά ότι $\langle \rho(M), x\rangle \in K_0$ αν και μόνο αν $f(\langle \rho(M), x\rangle) \in L_3$ για αυθαίρετο ζεύγος $\langle \rho(M), x\rangle$, όπου η f είναι συνάρτηση αναδρομική. Έτσι, $K_0 \leq_m L_3$ και η L_3 δεν είναι συναναδρομικά αριθμήσιμη.

♠

δ) $L_4 = \{\rho(M) \mid$ η γλώσσα $L(M)$ ~~δεν~~ είναι μή κατηγορηματική και η $\overline{L(M)}$ είναι αναδρομική$\}$

Λύση: Η γλώσσα L_2 δεν είναι αναδρομικά αριθμήσιμη, ούτε συναναδρομικά αριθμήσιμη (Τ).

- Από την ιδιότητα της μη-αναδρομικής αριθμησιμότητας προς τα πάνω, έπεται ότι για να δείξουμε ότι η L_4 δεν είναι αναδρομικά αριθμήσιμη, αρκεί να δείξουμε ότι $\overline{K_0} \leq_m L_4$. Θα δείξουμε, δηλαδή, ότι υπάρχει αναδρομική συνάρτηση $f : \{\langle\rho(M), x\rangle\} \rightarrow \{\rho(M')\}$ τέτοια ώστε $\langle\rho(M), x\rangle \in \overline{K_0}$ αν και μόνο αν $\rho(M') = f(\langle\rho(M), x\rangle) \in L_4$ για κάθε $\langle\rho(M), x\rangle \in \{\langle\rho(M), x\rangle\}$. Ορίζουμε τη ζητούμενη συνάρτηση αναγωγής ως εξής: $f(\langle\rho(M), x\rangle) = \rho(M')$, όπου M' ορίζεται ως η μηχανή Turing με το εξής πρόγραμμα:

  ""Για αυθαίρετη λέξη εισόδου w, έλεγξε αν $w \in \{a^i b^i c^i \mid i \geq 0\}$. Αν όχι, τότε προσομοίωσε τη μηχανή Turing M πάνω στη λέξη x και κάνε ότι και η προσομοίωση. Αλλιώς, τερμάτισε.""

  Προφανώς, η συνάρτηση f είναι αναδρομική. Θα δείξουμε τώρα το ικανό και το αναγκαίο της συνθήκης αναγωγής για τη συνάρτηση f.

Θεωρούμε αντί για την L_4 που δόθηκε, το συμπλήρωμά της. Αν δείξουμε ότι το συμπλήρωμα είναι Τ, το ίδιο θα ισχύει για την L_4.

και αναδρομική.

Έστω καταρχήν ότι $\langle \rho(M), x\rangle \in \overline{K_0}$. Δηλαδή, η μηχανή Turing M δεν αποδέχεται την είσοδο x. (Θεωρούμε, ως συνήθως, μόνο τις ορθές κωδικοποιήσεις μηχανών Turing.) Τότε, η μηχανή Turing M', πάνω σε αυθαίρετη είσοδο w, αν $w \notin \{a^ib^ic^i \mid i \geq 0\}$, δεν αποδέχεται τη λέξη w (αφού η μηχανή Turing M δεν αποδέχεται την είσοδό της x), ενώ αποδέχεται τη λέξη w αν $w \in \{a^ib^ic^i \mid i \geq 0\}$ (εξαιτίας, κατευθείαν του προγράμματός της). Επομένως, $L(M') = \{a^ib^ic^i \mid i \geq 0\}$, η οποία ~~δεν~~ είναι μη κατηγορηματική γλώσσα. Έτσι, $\rho(M') = f(\langle \rho(M), x\rangle) \in L_4$ όπως χρειάζεται.

Έστω τώρα ότι $\langle \rho(M), x\rangle \notin \overline{K_0}$. Τότε, ισοδύναμα, $\langle \rho(M), x\rangle \in K_0$. Δηλαδή, η μηχανή Turing M αποδέχεται την είσοδο x. Τότε, πάνω σε αυθαίρετη είσοδο w, η μηχανή Turing M αποδέχεται τη λέξη w όταν $w \notin \{a^ib^ic^i \mid i \geq 0\}$ (αφού η μηχανή Turing M αποδέχεται την είσοδό της x), ενώ επίσης αποδέχεται τη λέξη w όταν $w \notin \{a^ib^ic^i \mid i \geq 0\}$ (εξαιτίας, κατευθείαν, του προγράμματός της). Επομένως, $L(M') = \Sigma^*$, η οποία είναι κατηγορηματική γλώσσα. Έτσι, $\rho(M') = f(\langle \rho(M), x\rangle) \notin L_4$ όπως χρειάζεται.

Έχουμε δείξει συνολικά ότι $\langle \rho(M), x\rangle \in \overline{K_0}$ αν και μόνο αν $f(\langle \rho(M), x\rangle) \in L_4$ για αυθαίρετο ζεύγος $\langle \rho(M), x\rangle$, όπου η f είναι συνάρτηση αναδρομική. Έτσι, $\overline{K_0} \leq_m L_4$ και η L_4 δεν είναι αναδρομικά αριθμήσιμη.

- Από την ιδιότητα της μη-συναναδρομικής αριθμησιμότητας προς τα πάνω, έπεται ότι για να δείξουμε ότι η L_2 δεν είναι συναναδρομικά αριθμήσιμη, αρκεί να δείξουμε ότι $K_0 \leq_m L_2$. Θα δείξουμε, δηλαδή, ότι υπάρχει αναδρομική συνάρτηση $f : \{\langle \rho(M), x\rangle\} \rightarrow \{\rho(M')\}$ τέτοια ώστε $\langle \rho(M), x\rangle \in K_0$ αν και μόνο αν $\rho(M') = f(\langle \rho(M), x\rangle) \in L_2$. Ορίζουμε τη ζητούμενη συνάρτηση αναγωγής ως εξής: $f(\langle \rho(M), x\rangle) = \rho(M')$, όπου M' ορίζεται ως η μηχανή Turing με το εξής πρόγραμμα:

  ""Για αυθαίρετη λέξη εισόδου w, έλεγξε αν $w \in \{a^ib^ic^i \mid i \geq 0\}$. Αν ναι, προσομοίωσε τη μηχανή Turing M πάνω στη λέξη x και κάνε ότι και η προσομοίωση. Αλλιώς, τρέξε επ' άπειρο.""

Προφανώς, η συνάρτηση f είναι αναδρομική. Θα δείξουμε τώρα το ικανό και το αναγκαίο της συνθήκης αναγωγής για τη συνάρτηση f.

Έστω κατ'αρχήν, ότι $\langle \rho(M), x\rangle \in K_0$. Δηλαδή, η μηχανή Turing M αποδέχεται την είσοδο x. Τότε, πάνω σε αυθαίρετη είσοδο w, η μηχανή Turing M' αποδέχεται τη λέξη w αν $w \in \{a^ib^ic^i \mid i \geq 0\}$ (αφού η μηχανή Turing M αποδέχεται την είσοδό της x), ενώ τρέχει επ' άπειρο (και δεν αποδέχεται τη λέξη w) όταν $w \notin \{a^ib^ic^i \mid i \geq 0\}$ (εξαιτίας, κατευθείαν του προγράμματός της). Επομένως, $L(M') = \{a^ib^ic^i \mid i \geq 0\}$, η οποία ~~δεν~~ είναι μη κατηγορηματική γλώσσα. Έτσι, $\rho(M') = f(\langle \rho(M), x\rangle) \in L_4$ όπως χρειάζεται. και αναδρομική

Έστω τώρα ότι $\langle \rho(M), x\rangle \notin K_0$. Τότε, ισοδύναμα $\langle \rho(M), x\rangle \in \overline{K_0}$. Δηλαδή, η μηχανή Turing M δεν αποδέχεται την είσοδο x. (Θεωρούμε, ως συνήθως, μόνο τις ορθές κωδικοποιήσεις μηχανών Turing.) Τότε, πάνω σε αυθαίρετη είσοδο w, η μηχανή Turing M' δεν αποδέχεται τη λέξη w όταν $w \in \{a^ib^ic^i \mid i \geq 0\}$ (αφού η μηχανή Turing M δεν αποδέχεται την είσοδό της x), ενώ τρέχει επ' άπειρο

(και δεν αποδέχεται τη λέξη w) όταν $w \notin \{a^ib^ic^i \mid i \geq 0\}$ (εξαιτίας, κατευθείαν, του προγράμματός της). Επομένως, $L(M') = \emptyset$, η οποία είναι κατηγορηματική γλώσσα. Έτσι, $\rho(M') = f(\langle \rho(M), x \rangle) \notin L_4$, όπως χρειάζεται.
Έχουμε δείξει συνολικά ότι $\langle \rho(M), x \rangle \in K_0$ αν και μόνο αν $f(\langle \rho(M), x \rangle) \in L_4$ για αυθαίρετο ζεύγος $\langle \rho(M), x \rangle$, όπου η f είναι συνάρτηση αναδρομική. Έτσι, $K_0 \leq_m L_4$ και η L_4 δεν είναι συναναδρομικά αριθμήσιμη.

♠