ΕΠΛ211: Θεωρία Υπολογισμού και Πολυπλοκότητας — Μ. Μαυρονικόλας

28/2/2006

2η Σειρά Θεωρητικών Ασκήσεων

1. (α) Βρείτε μία γλώσσα $L \subseteq \{a,b\}^*$ έτσι ώστε:
$L \neq \{\varepsilon\}$, $L \neq \{a,b\}^*$ και $L = L^*$.

(β) Βρείτε μία γλώσσα $L \subseteq \{a,b\}^*$ έτσι ώστε:
η L είναι άπειρη και $L \neq L^*$.

2. Χρησιμοποιείστε το Θεώρημα Άντλησης για κανονικές γλώσσες για να δείξετε ότι οι ακόλουθες γλώσσες δεν είναι κανονικές:

(α) $L_1 = \{ w \in \{a,b,c\}^* : \#_a(w) < \#_b(w) < 2\#_a(w) < \#_c(w) \}$

(β) $L_2 = \{ a^n b a^{n^2} : n \geq 0 \}$

(γ) $L_3 = \{ a^{2^n} b a^{3^n} : n \geq 0 \}$

3. Ποιές από τις ακόλουθες γλώσσες είναι ή όχι κανονικές; Αποδείξτε τις απαντήσεις σας.

(α) $L_1 = \{ w \in \{1\}^*$: το w παριστά στο μοναδιαίο σύστημα τον αριθμό 10^n όπου $n \geq 0 \}$

(β) $L_2 = \{ a^n b^n : n \geq 0 \} \cup \{ a^n b^m : n \neq m$ και $n, m \geq 0 \}$

4. Αποδείξτε την ακόλουθη εκδοχή του Θεωρήματος Άντλησης (για κανονικές γλώσσες (ισχυρή μορφή):

Έστω ότι η γλώσσα L είναι άπειρη και κανονική. Τότε υπάρχει σταθερά $m_L > 0$ τέτοια ώστε για κάθε λέξη w με $|w| \geq m_L$, η w μπορεί να γραφεί ως $w = xyz$ όπου: (i) $y \neq e$, (ii) $|yz| \leq m_L$ και $xy^n z \in L$ για κάθε $n \geq 0$.

5. Δώστε κατηγορηματικές γραμματικές για τις παρακάτω γλώσσες:

(i) $L_1 = \{ a^i b^j : i < 2j \}$

(ii) $L_2 = \{ a^{2i} b^{3j} : i \neq j \}$

(iii) $L_3 = \{ a^{3i} b^{2j} c^k : i = j + k \}$

(iv) $L_4 = \{ a^{3i} b^{2j} c^k : j = i + k \}$