

ΕΠΑ 232: Αλγόριθμοι και Πολυπλοκότητα

Κατ'οίκον Εργασία 3Α

Ημερομηνία Παράδοσης: 15/03/05

1. Θεωρήστε την κατηγορία δικτύων ροής όπου αφαίρεση της πηγής του δικτύου οδηγεί στη δημιουργία ενός δένδρου. Να προτείνετε *αποδοτικό* αλγόριθμο ο οποίος να λύνει το πρόβλημα της μέγιστης ροής για τη συγκεκριμένη κατηγορία δικτύων.
2. Μια ακμή ενός δικτύου ροής (V,E) ονομάζεται *ακμή ελάχιστης σημασίας* αν η εξαγωγή της από το δίκτυο οδηγεί στην ελάχιστη (ανάμεσα σε όλες τις εξαγωγές ακμών του δικτύου) δυνατή μείωση της τιμής της μέγιστης ροής. Ποιες από τις πιο κάτω προτάσεις είναι ορθές και ποιες λανθασμένες. Να αιτιολογήσετε τις απαντήσεις σας αποδεικνύοντας τις ορθές προτάσεις, και δίνοντας αντιπαράδειγμα για τις λανθασμένες.
 - (i) Έστω f μια μέγιστη ροή του δικτύου και e μια ακμή για την οποία $f(e)=0$. Τότε, η e είναι ακμή ελάχιστης σημασίας.
 - (ii) Έστω f μια μέγιστη ροή του δικτύου και e μια ακμή για την οποία $f(e)=\min\{f(e') \mid e' \in E\}$. Τότε, η e είναι ακμή ελάχιστης σημασίας.
 - (iii) Έστω ακμή e η οποία ανήκει σε κάποια τομή ελάχιστης χωρητικότητας του δικτύου. Τότε, η e δεν είναι ακμή ελάχιστης σημασίας.
3. Σας δίδεται μια $n \times n$ σχάρα η οποία αποτελείται από n σειρές και n στήλες. Συμβολίζουμε το τετράγωνο στη γραμμή i και στη στήλη j ως (i,j) . Ονομάζουμε τετράγωνα με $i=1$, ή $i=n$, ή $j=1$, ή $j=n$ *οριακά τετράγωνα*.

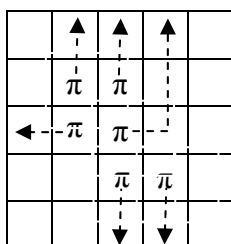
Μας δίδονται επίσης $m \leq n^2$ τετράγωνα πάνω στη σχάρα στα οποία τοποθετούμε m πόνια.

$$(x_1, y_1), (x_2, y_2), \dots, (x_m, y_m)$$

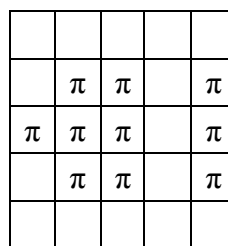
Θέλουμε να διαπιστώσουμε κατά πόσο είναι δυνατό να μετακινήσουμε όλα τα πόνια από τα τετράγωνά τους σε κάποιο οριακό τετράγωνο της σχάρας, έτσι ώστε κάθε ακολουθούμενο μονοπάτι να περιέχει διαφορετικά τετράγωνα από κάθε άλλο. Ένα πόνι μπορεί να μετακινηθεί οριζόντια και κάθετα.

Για παράδειγμα, για τη Σχάρα 1 η απάντηση είναι θετική ενώ για τη Σχάρα 2 η απάντηση είναι αρνητική.

Σχάρα 1



Σχάρα 2



Να δείξετε πως το πρόβλημα μπορεί να λυθεί με κατάλληλη χρήση ενός αλγόριθμου μέγιστης ροής.