

ΕΠΑ 232: Αλγόριθμοι και Πολυπλοκότητα

Κατ'οίκον Εργασία 2

Ημερομηνία Παράδοσης: 01/03/05

1. Ένα σύνολο από n εργασίες, E_1, \dots, E_n , θα ανατεθούν σε n φοιτητές, Φ_1, \dots, Φ_n . Κάθε ανάθεση (E_i, Φ_j) έχει κάποιο βαθμό καταλληλότητας που δίνεται από μια συνάρτηση $compatibility(i, j)$ η οποία εκφράζει πόσο κατάλληλος είναι ο φοιτητής Φ_j για να αναλάβει την εργασία E_i . Να δώσετε αλγόριθμο ο οποίος να αναθέτει τις εργασίες στους φοιτητές, μεγιστοποιώντας το συνολικό βαθμό καταλληλότητας. Ποιος ο χρόνος εκτέλεσης του αλγορίθμου σας;
2. Θεωρείστε το πρόβλημα του σάκου (0-1 Knapsack problem, Φροντιστήριο 4) με τον εξής επιπρόσθετο περιορισμό όγκου: κάθε αντικείμενο i έχει αξία v_i , βάρος w_i και όγκο r_i , και η τσάντα έχει χωρητικότητα βάρους W και όγκου R . Επιθυμούμε να τοποθετήσουμε στην τσάντα τη συλλογή αντικειμένων με τη μέγιστη δυνατή αξία που να ικανοποιεί τους περιορισμούς βάρους και όγκου.
 - (α) Να δώσετε αλγόριθμο δυναμικού προγραμματισμού που να λύνει το πρόβλημα.
 - (β) Να λύσετε το πρόβλημα χρησιμοποιώντας αλγόριθμους εύρεσης βραχύτερων μονοπατιών.
 - (γ) Να συγκρίνετε τις δύο μεθόδους επίλυσης του προβλήματος.
3.
 - (α) Γνωρίζουμε ότι ο αλγόριθμος του Dijkstra μπορεί να αποτύχει σε γράφους με αρνητικά βάρη. Να δώσετε παράδειγμα κατευθυνόμενου γράφου ο οποίος χωρίς να έχει κύκλους αρνητικού βάρους προκαλεί την αποτυχία του αλγορίθμου. Εξηγήστε τον λόγο για τον οποίο αυτή η αποτυχία είναι δυνατή.
 - (β) Θεωρείστε κατευθυνόμενους γράφους οι οποίοι δεν έχουν κύκλους αρνητικού βάρους, και, οι όποιες ακμές αρνητικού βάρους υπάρχουν, ξεκινούν μόνο από την πηγή του γράφου. Να αποφασίσετε κατά πόσο ο αλγόριθμος του Dijkstra αποτυγχάνει στους συγκεκριμένους γράφους είτε δίνοντας αντιπαράδειγμα που να δείχνει την αποτυχία, είτε εξηγώντας με σαφή επιχειρήματα γιατί είναι ορθός.
 - (γ) Να επεκτείνετε τον αλγόριθμο του Dijkstra έτσι ώστε, για κάθε κορυφή v , να υπολογίζει τον αριθμό διαφορετικών βραχύτερων μονοπατιών από την πηγή προς την v .
4. Σας δίνονται n πόλεις και το κόστος των απ'ευθείας πτήσεων ανάμεσα σ'αυτές. Θέλετε να υπολογίσετε, για κάθε ζεύγος πόλεων, την πιο βολική ανάμεσα στις φθηνότερες διαδρομές που τις συνδέει. Ορίζουμε ως φθηνότερο δρομολόγιο εκείνο που ελαχιστοποιεί το κόστος των εμπλεκόμενων πτήσεων, και πιο βολικό δρομολόγιο εκείνο που ελαχιστοποιεί τον αριθμό των πτήσεων. Να δώσετε ένα αποδοτικό αλγόριθμο για το πρόβλημα και να αναλύσετε τον χρόνο εκτέλεσής του.